

9. Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων

Ερωτήσεις Θεωρίας

9.1 Πώς προσθέτουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα;

Απάντηση:

Για να προσθέσουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα εργαζόμαστε ως εξής:

- Αν τα κλάσματα είναι **ομώνυμα**, τότε προσθέτουμε τους αριθμητές και αφήνουμε τον ίδιο παρονομαστή σύμφωνα με τον κανόνα:

$$\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$$

- Αν τα κλάσματα είναι **ετερόνυμα**, τότε τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και ακολουθούμε την παραπάνω διαδικασία.

Για παράδειγμα, έχουμε:

$$\bullet \frac{7}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7+2}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\bullet \frac{7}{4} + \frac{2}{3} \stackrel{EK\Pi=12}{=} \frac{21}{12} + \frac{8}{12} = \frac{21+8}{12} = \frac{29}{12}$$

Σχόλιο:

Αν ο ΜΚΔ των παρονομαστών δύο ετερόνυμων κλασμάτων είναι το I , τότε το ΕΚΠ των παρονομαστών είναι το γινόμενο τους.

$$\text{Π.χ. } \frac{11}{3} + \frac{7}{5} \stackrel{EK\Pi=15}{=} \frac{11 \cdot 5 + 7 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{55 + 21}{15} = \frac{76}{15}$$

9.2 Πώς αφαιρούμε δύο κλάσματα;

Απάντηση:

Για να αφαιρέσουμε δύο κλάσματα, εργαζόμαστε ως εξής:

- Αν τα κλάσματα είναι **ομώνυμα**, τότε αφαιρούμε τους αριθμητές και αφήνουμε τον ίδιο παρονομαστή σύμφωνα με τον κανόνα:

$$\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha - \beta}{\gamma}, \quad \alpha > \beta$$

- Αν τα κλάσματα είναι **ετερόνυμα**, τότε τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και ακολουθούμε την παραπάνω διαδικασία.

Για παράδειγμα, έχουμε:

$$\bullet \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\bullet \frac{7}{4} - \frac{2}{3} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=12}{=} \frac{21}{12} - \frac{8}{12} = \frac{21-8}{12} = \frac{13}{12}$$

Σχόλιο:

Αν ο ΜΚΔ των παρονομαστών δύο ετερόνυμων κλασμάτων είναι το 1, τότε το ΕΚΠ των παρονομαστών είναι το γινόμενό τους.

$$\text{Π.χ.} \quad \frac{11}{3} - \frac{7}{5} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=15}{=} \frac{11 \cdot 5 - 7 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{55 - 21}{15} = \frac{34}{15}$$

9.3 Τι ονομάζουμε μεικτό αριθμό;

Απάντηση:

Μεικτό αριθμό ονομάζουμε τον αριθμό που έχει τη μορφή: $\alpha \frac{\beta}{\gamma}$ και

παριστάνει το άθροισμα ενός **ακέραιου** α με ένα **κλάσμα** $\frac{\beta}{\gamma}$

μικρότερο της μονάδας. Δηλαδή ισχύει ο κανόνας:

$$\alpha \frac{\beta}{\gamma} = \alpha + \frac{\beta}{\gamma}$$

όπου α, β, γ φυσικοί αριθμοί.

Για παράδειγμα, οι αριθμοί: $2\frac{3}{4}$ και $3\frac{2}{5}$ είναι μεικτοί.

Σχόλια:

1. Για να μετατρέψουμε ένα μεικτό αριθμό σε κλάσμα, χρησιμοποιούμε τον κανόνα:

$$\alpha \frac{\beta}{\gamma} = \alpha + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha\gamma + \beta}{\gamma}$$

Π.χ. $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{8 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

2. Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ με $\alpha > \beta$ σε μεικτό αριθμό κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση του $\alpha : \beta$. Αν π είναι το πηλίκο και ν το υπόλοιπο, τότε θα έχουμε:

$$\alpha = \beta\pi + \nu \quad \text{ή} \quad \frac{\alpha}{\beta} = \pi + \frac{\nu}{\beta} = \pi \frac{\nu}{\beta}$$

Π.χ. το κλάσμα $\frac{13}{5}$ γράφεται ως εξής: $13 = 5 \cdot 2 + 3$ ή

$$\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}$$

Ασκήσεις Λυμένες

9.4 Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α) $\frac{5}{3} + \frac{2}{3}$

β) $\frac{11}{13} + \frac{2}{13}$

γ) $\frac{4}{9} + \frac{2}{3}$

δ) $\frac{8}{12} + \frac{2}{3}$

ε) $\frac{17}{20} + \frac{3}{15}$

στ) $\frac{15}{12} + \frac{5}{4}$

και στη συνέχεια να απλοποιήσετε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

Λύση:

α) Τα κλάσματα είναι ομώνυμα, άρα έχουμε: $\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5+2}{3} = \frac{7}{3}$

β) Όμοια έχουμε: $\frac{11}{13} + \frac{2}{13} = \frac{11+2}{13} = \frac{13}{13} = 1$

γ) Τα κλάσματα είναι ετερόνυμα, άρα θα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα:

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{3} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=9}{=} \frac{4}{9} + \frac{6}{9} = \frac{4+6}{9} = \frac{10}{9}$$

δ) Όμοια έχουμε:

$$\frac{8}{12} + \frac{2}{3} = \frac{8:4}{12:4} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2+2}{3} = \frac{4}{3}$$

Πρώτα απλοποιήσαμε το κλάσμα $\frac{8}{12}$ και μετά κάναμε την πρόσθεση

ε) Όμοια έχουμε:

$$\frac{17}{20} + \frac{3}{15} = \frac{17}{20} + \frac{3:3}{15:3} = \frac{17}{20} + \frac{1}{5} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=20}{=} \frac{17}{20} + \frac{4}{20} = \frac{17+4}{20} = \frac{21}{20}$$

στ) Όμοια έχουμε:

$$\frac{15}{12} + \frac{5}{4} = \frac{15:3}{12:3} + \frac{5}{4} = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{5+5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{10:2}{4:2} = \frac{5}{2}$$

9.5 Να υπολογίσετε τις διαφορές:

α) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

β) $\frac{8}{9} - \frac{3}{9}$

γ) $\frac{10}{8} - \frac{3}{4}$

δ) $\frac{4}{9} - \frac{2}{27}$

ε) $\frac{7}{3} - \frac{5}{8}$

στ) $\frac{3}{7} - \frac{3}{11}$

και στη συνέχεια να απλοποιήσετε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

Λύση:

α) Τα κλάσματα είναι ομώνυμα, άρα έχουμε: $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

β) Όμοια έχουμε: $\frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$

γ) Τα κλάσματα είναι ετερόνυμα, άρα θα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα:

$$\frac{10}{8} - \frac{3}{4} = \frac{10:2}{8:2} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Να απλοποιούμε τα κλάσματα για να προκύπτει μικρότερο ΕΚΠ στους παρονομαστές

δ) Όμοια έχουμε:

$$\frac{4}{9} - \frac{2}{27} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=27}{=} \frac{12}{27} - \frac{2}{27} = \frac{12-2}{27} = \frac{10}{27}$$

ε) Όμοια έχουμε:

$$\frac{7}{3} - \frac{5}{8} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=24}{=} \frac{56}{24} - \frac{15}{24} = \frac{56-15}{24} = \frac{41}{24}$$

στ) Όμοια έχουμε:

$$\frac{3}{7} - \frac{3}{11} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=77}{=} \frac{33}{77} - \frac{21}{77} = \frac{33-21}{77} = \frac{12}{77}$$

9.6 Να μετατρέψετε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα:

α) $3\frac{5}{8}$

β) $4\frac{1}{10}$

γ) $2\frac{1}{9}$

Λύση:

α) Είναι: $3\frac{5}{8} = 3 + \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8 + 5}{8} = \frac{24 + 5}{8} = \frac{29}{8}$

β) Είναι: $4\frac{1}{10} = 4 + \frac{1}{10}$
 $= \frac{4 \cdot 10 + 1}{10} = \frac{40 + 1}{10} = \frac{41}{10}$

Για να μετατρέψουμε ένα μεικτό αριθμό σε κλάσμα, χρησιμοποιούμε τον κανόνα:

$$\alpha \frac{\beta}{\gamma} = \alpha + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha\gamma + \beta}{\gamma}$$

γ) Είναι: $2\frac{1}{9} = 2 + \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 9 + 1}{9} = \frac{18 + 1}{9} = \frac{19}{9}$

9.7 Να μετατρέψετε σε μεικτούς τα παρακάτω κλάσματα:

α) $\frac{15}{4}$

β) $\frac{5}{2}$

γ) $\frac{38}{12}$

Λύση:

α) Κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση $15:4$, οπότε έχουμε:

$$15 = 4 \cdot 3 + 3 \quad \text{ή} \quad \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4} \quad \text{ή}$$

$$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

β) Η Ευκλείδεια διαίρεση του $5:2$ δίνει:

Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ με $\alpha > \beta$ σε μεικτό αριθμό κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση του $\alpha:\beta$. Αν π είναι το πηλίκο και ν το υπόλοιπο, τότε θα έχουμε:

$$\alpha = \beta\pi + \nu \quad \text{ή} \quad \frac{\alpha}{\beta} = \pi + \frac{\nu}{\beta} = \pi\frac{\nu}{\beta}$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1 \quad \text{ή} \quad \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

γ) Η Ευκλείδεια διαίρεση του 38:12 δίνει: $38 = 12 \cdot 3 + 2$ ή

$$\frac{38}{12} = 3 + \frac{2}{12} = 3\frac{2}{12} \quad \text{ή} \quad 3\frac{1}{6}$$

9.8 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) A = \frac{5}{4} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\beta) B = \frac{2^4 - 2 \cdot 3}{2^3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \right)^{2021}$$

Λύση:

α) Έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{4} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{4} - \left(\frac{4-3}{12} \right) \\ &= \frac{5}{4} - \frac{1}{12} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=12}{=} \frac{15}{12} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{14}{12} = \frac{14:2}{12:2} = \frac{7}{6} \end{aligned}$$

Προτεραιότητα των πράξεων

▪ Ισχύει η προτεραιότητα των πράξεων όπως και στους φυσικούς αριθμούς

▪ Αν στον αριθμητή ή στον παρονομαστή ενός κλάσματος υπάρχουν πράξεις, τότε τις εκτελούμε πρώτα.

β) Έχουμε: $B = \frac{2^4 - 2 \cdot 3}{2^3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \right)^{2021}$

$$= \frac{16-6}{8} - \left(\frac{\frac{4}{3}}{3} + \frac{\frac{3}{4}}{4} + \frac{\frac{1}{5}}{12} \right)^{2021} = \frac{10}{8} - \left(\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} \right)^{2021}$$

$$= \frac{10:2}{8:2} - \left(\frac{4+3+5}{12} \right)^{2021} = \frac{5}{4} - \left(\frac{12}{12} \right)^{2021} = \frac{5}{4} - 1^{2021}$$

$$= \frac{5}{4} - 1 = \frac{5}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5-4}{4} = \frac{1}{4}$$

9.9 Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{5}$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $A = \frac{\alpha + 2\beta}{\beta}$

β) $B = \frac{5\alpha - 2\beta}{5\beta}$

Λύση:

α) Έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\alpha + 2\beta}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{2\beta}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} + 2 \\ &= \frac{4}{5} + 2 = \frac{4}{5} + \frac{2}{1} = \frac{4}{5} + \frac{10}{5} \\ &= \frac{4+10}{5} = \frac{14}{5} \end{aligned}$$

Διάσπαση κλάσματος

▪ Το κλάσμα $\frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ γράφεται:

$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma}$$

▪ Το κλάσμα $\frac{\alpha - \beta}{\gamma}$ γράφεται:

$$\frac{\alpha - \beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma}$$

β) Έχουμε: $B = \frac{5\alpha - 2\beta}{5\beta} = \frac{5\alpha}{5\beta} - \frac{2\beta}{5\beta} = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{2}{5}$

$$= \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$$

9.10 Ένας αγρότης πούλησε σε τέσσερις εμπόρους τα $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{3}$ και $\frac{1}{10}$ της παραγωγής του. Ποιο μέρος της παραγωγής του έμεινε απούλητο;

Λύση:

Πούλησε τα: $\frac{2}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} \stackrel{\text{ΕΚΠ}=30}{=} \frac{12}{30} + \frac{4}{30} + \frac{10}{30} + \frac{3}{30} = \frac{29}{30}$

Άρα, έμεινε απούλητο το $\frac{30}{30} - \frac{29}{30} = \frac{1}{30}$ της παραγωγής.

9.11 Τρία αδέρφια μοίρασαν 20 000 €. Ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$ του ποσού, ο δεύτερος πήρε λιγότερα από τον πρώτο κατά το $\frac{1}{8}$ των χρημάτων του πρώτου και ο τρίτος τα υπόλοιπα. Ποιο μέρος του ποσού πήρε ο καθένας και πόσα χρήματα είναι το μέρος του ποσού για κάθε αδελφό;

Λύση:

Τα $\frac{5}{5}$ είναι 20 000 €, το $\frac{1}{5}$ του ποσού είναι: $20\ 000:5 = 4000$ €.

Άρα ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$ του ποσού, δηλαδή πήρε: $2 \cdot 4000 = 8000$ €.

Ο δεύτερος πήρε: $\frac{1}{8} \cdot 8000 = 1000$ € λιγότερα από τον πρώτο, δηλαδή πήρε: $8000 - 1000 = 7000$ €.

Ο τρίτος πήρε τα υπόλοιπα, δηλαδή: $20\ 000 - (8000 + 7000) = 5000$ €.

Επομένως, ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$, ο δεύτερος πήρε τα $\frac{7000}{20000} = \frac{7}{20}$

και ο τρίτος πήρε τα $\frac{5000}{20000} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ του αρχικού ποσού.

Ερωτήσεις Κατανόησης

9.12 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

α) Ισχύει: $\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ Σ ή Λ

β) Ισχύει: $\frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha - \beta}{\gamma}$ Σ ή Λ

γ) Ισχύει: $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$ Σ ή Λ

δ) Ισχύει: $6\frac{4}{5} = \frac{6 \cdot 4}{5}$ Σ ή Λ

ε) Ισχύει: $1 + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3}$ Σ ή Λ

στ) Ισχύει: $\frac{5-2}{2} = \frac{5}{2} - 1$ Σ ή Λ

9.13 Να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \dots$

β) $\frac{10}{9} - \frac{4}{9} = \dots$

γ) $5\frac{2}{3} = \dots$

δ) $\frac{7}{4} + \frac{3}{2} = \dots$

ε) $\frac{\kappa+2}{3} = \frac{\kappa}{3} + \frac{\dots}{3}$

στ) $2 - \frac{1}{3} = \dots$

Ασκήσεις για λύση

9.14 Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$\begin{array}{llll} \alpha) \frac{5}{10} + \frac{7}{10} & \beta) \frac{11}{15} + \frac{9}{15} & \gamma) \frac{3}{8} + \frac{5}{4} & \delta) \frac{1}{12} + \frac{5}{6} \\ \epsilon) \frac{7}{15} + \frac{1}{12} & \sigma\tau) \frac{2}{27} + \frac{7}{9} & \zeta) 5 + \frac{3}{2} & \end{array}$$

και στη συνέχεια να απλοποιήσετε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

9.15 Να υπολογίσετε τις διαφορές

$$\begin{array}{llll} \alpha) \frac{4}{3} - \frac{1}{3} & \beta) \frac{10}{9} - \frac{4}{9} & \gamma) \frac{11}{4} - \frac{5}{2} & \delta) \frac{5}{9} - \frac{7}{18} \\ \epsilon) \frac{9}{4} - \frac{2}{3} & \sigma\tau) \frac{9}{11} - \frac{3}{4} & \zeta) 6 - \frac{17}{3} & \end{array}$$

και στη συνέχεια να απλοποιήσετε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

9.16 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad \text{και} \quad B = \frac{11}{15} - \frac{1}{12} + \frac{4}{5} - \frac{7}{6}$$

9.17 Να μετατρέψετε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα:

$$\alpha) 4\frac{5}{6} \quad \beta) 5\frac{2}{3} \quad \gamma) 7\frac{1}{3}$$

9.18 Να μετατρέψετε σε μεικτούς τα παρακάτω κλάσματα:

$$\alpha) \frac{17}{3} \quad \beta) \frac{13}{2} \quad \gamma) \frac{33}{15}$$

9.19 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{2^3}{9} - \frac{3 \cdot 5}{18}$$

$$B = 2 - \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{1}{12}\right)$$

$$\Gamma = 4 - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) - \frac{1}{15} + 2\frac{1}{5}$$

$$\Delta = 1 - \frac{3^2 - 2^3}{4} + \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{7}{6}\right)^{2021}$$

9.20 Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \frac{12}{18} + \frac{12}{20} + \frac{10}{16} + \frac{12}{32} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

9.21 Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{5}$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{\alpha + 3\beta}{\beta} \quad \text{και} \quad B = \frac{5\alpha - \beta}{\beta}$$

9.22 Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{2}{3}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\alpha + 3\beta}{\beta} + \frac{4\gamma - 16\delta}{4\delta}$$

9.23 Αν $\alpha + \beta = 6$ και $\alpha\beta = 8$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\alpha + \beta}{4} + \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}$$

9.24 Οι μαθητές της Β' τάξης και οι μαθητές της Γ' τάξης ενός Γυμνασίου είναι το $\frac{11}{36}$ και το $\frac{13}{36}$ αντίστοιχα του συνόλου των μαθητών του Γυμνασίου. Ποιο μέρος των μαθητών του Γυμνασίου είναι οι μαθητές της Α' τάξης;

9.25 Τρεις φίλοι μοίρασαν 300 κιλά λάδι. Ο 1^{ος} πήρε τα $\frac{2}{5}$ της ποσότητας, ο 2^{ος} πήρε λιγότερα κιλά λάδι από τον 1^ο κατά το $\frac{1}{3}$ της ποσότητας του 1^{ου} και ο 3^{ος} τα υπόλοιπα κιλά λάδι. Να βρείτε το μέρος των κιλών που πήρε ο καθένας και πόσα κιλά λάδι αντιστοιχεί σε κάθε φίλο.

9.26 Ένας ράφτης διαθέτη ένα κομμάτι ύφασμα μήκους $8\frac{2}{3}$ μέτρα.

Αν το κόψει σε δύο κομμάτια μήκους $3\frac{1}{4}$ και $5\frac{1}{3}$ μέτρα αντίστοιχα, να βρείτε το κλάσμα που εκφράζει:

α) πόσα μέτρα έκοψε

β) πόσα μέτρα του περίσσεψαν.

9.27 Ένας υπάλληλος πλήρωσε από το μισθό του το $\frac{1}{6}$ για την ασφάλεια του αυτοκινήτου, το $\frac{1}{3}$ για το ενοίκιο και τα $\frac{2}{15}$ για ιατρικές δαπάνες. Αν του έμειναν 330 €, να βρείτε πόσα χρήματα ήταν ο μισθός του.

9.28 Μία βρύση γεμίζει μια δεξαμενή σε 20 λεπτά. Μία άλλη βρύση αδειάζει την ίδια δεξαμενή σε 30 λεπτά. Σε πόσα λεπτά θα γεμίσει η δεξαμενή, αν ανοίξουν και οι δύο βρύσες;