

## 2. Εξισώσεις α' βαθμού

### Ερωτήσεις Θεωρίας

**2.1** Ποιες είναι οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$ ;

**Απάντηση:**

Αν έχουμε δύο αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ , τότε ισχύει μια από τις παρακάτω σχέσεις:

- $\alpha = \beta$  ή
- $\alpha > \beta$  ή
- $\alpha < \beta$

Η σχέση  $\alpha = \beta$  λέγεται ισότητα, ενώ μια από τις σχέσεις  $\alpha > \beta$  ή  $\alpha < \beta$  λέγεται ανισότητα.

**Σχόλιο:**

Το σύμβολο  $>$  διαβάζεται "μεγαλύτερο" ενώ το σύμβολο  $<$  διαβάζεται "μικρότερο".

**2.2** Τι θα συμβεί σε μια ισότητα, αν προσθέσουμε και στα δύο μέλη της τον ίδιο αριθμό ή αφαιρέσουμε και στα δύο μέλη της τον ίδιο αριθμό;

**Απάντηση:**

• Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα.

Δηλαδή: Αν  $\alpha = \beta$  τότε  $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$

• Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα.

Δηλαδή: Αν  $\alpha = \beta$  τότε  $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$

Για παράδειγμα, αν ισχύει:  $x + \alpha - 3 = y + \alpha - 3$  τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι  $x = y$ . Πράγματι έχουμε:

$$x + \alpha - 3 = y + \alpha - 3$$

$$x + \alpha - 3 + 3 = y + \alpha - 3 + 3 \quad (\text{Προσθέτουμε και στα δύο μέλη το } 3)$$

$$x + \alpha = y + \alpha \quad (\text{Αφαιρούμε και στα δύο μέλη το } \alpha)$$

$$x + \alpha - \alpha = y + \alpha - \alpha \quad \text{Άρα } x = y$$

**2.3 Τι θα συμβεί σε μια ισότητα, αν πολλαπλασιάσουμε και στα δύο μέλη της τον ίδιο αριθμό ή διαιρέσουμε και στα δύο μέλη της με τον ίδιο αριθμό;**

**Απάντηση:**

• Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιάσουμε με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

$$\text{Δηλαδή: Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha\gamma = \beta\gamma$$

• Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

$$\text{Δηλαδή: Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma} \text{ με } \gamma \neq 0$$

Για παράδειγμα, αν ισχύει  $2x + 1 = 2y + 1$  τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι  $x = y$ . Πράγματι έχουμε:

$$2x + 1 = 2y + 1$$

$$2x + 1 - 1 = 2y + 1 - 1 \quad (\text{Αφαιρούμε και στα δύο μέλη το } 1)$$

$$2x = 2y \quad (\text{Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το } 2)$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{2y}{2} \quad \text{Άρα } x = y$$

**2.4 Τι ονομάζουμε εξίσωση και τι γνωστούς και αγνώστους όρους μιας εξίσωσης;**

**Απάντηση:**

**Εξίσωση** ονομάζουμε μια ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό  $x$ . Για παράδειγμα η ισότητα:

$$3x + 1 = 9 - x$$

παριστάνει εξίσωση με γνωστούς όρους το 1 και το 9 και αγνώστους όρους το  $3x$  και το  $-x$ .

**Σχόλιο:**

Σε μια εξίσωση η παράσταση αριστερά του "=" λέγεται 1<sup>ο</sup> μέλος και η παράσταση δεξιά του "=" λέγεται 2<sup>ο</sup> μέλος. Π.χ.

$$\underbrace{3x + 1}_{1\text{ο μέλος}} = \underbrace{9 - x}_{2\text{ο μέλος}}$$

## 2.5 Τι ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης και τι επαλήθευση;

### Απάντηση:

**Λύση (ή ρίζα)** μιας εξίσωσης ονομάζουμε τον αριθμό που πρέπει να βάλουμε στη θέση του αγνώστου, έτσι ώστε η ισότητα που θα προκύψει να αληθεύει.

Για παράδειγμα, στην εξίσωση:

$$3x + 1 = 9 - x$$

ο αριθμός  $x = 2$  είναι λύση γιατί  $3 \cdot 2 + 1 = 9 - 2$  ή  $6 + 1 = 7$  ή  $7 = 7$

**Επαλήθευση** ονομάζουμε τη διαδικασία κατά την οποία διαπιστώνουμε ότι ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης.

## 2.6 Πώς λύνουμε μια εξίσωση με τις ιδιότητες της ισότητας δύο αριθμών; Ποιό γενικό κανόνα εφαρμόζουμε για να λύσουμε πιο απλά μια εξίσωση;

### Απάντηση:

• Στο παράδειγμα που ακολουθεί βρίσκουμε τον άγνωστο  $x$  εφαρμόζοντας μια τουλάχιστον από τις ιδιότητες της ισότητας δύο αριθμών:

$$3x + 1 = 9 - x$$

$$3x + 1 + x = 9 - x + x \quad (\text{Προσθέτουμε και στα δύο μέλη το } x)$$

$$3x + x + 1 = 9$$

$$3x + x + 1 - 1 = 9 - 1 \quad (\text{Αφαιρούμε και στα δύο μέλη το } 1)$$

$$4x = 8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4} \quad (\text{Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το } 4)$$

$$x = 2$$

• Για να λύσουμε πιο απλά μια εξίσωση, ακολουθούμε τον παρακάτω γενικό κανόνα:

Σε μια εξίσωση μπορούμε να "**μεταφέρουμε**" όρους από το ένα μέλος στο άλλο, αλλάζοντας το πρόσημό τους.

Για παράδειγμα, στην εξίσωση:  $3x + 1 = 9 - x$

μεταφέρουμε το  $-x$  στο 1ο μέλος οπότε γίνεται  $+x$  και το  $+1$  στο 2ο μέλος οπότε γίνεται  $-1$

Συνεπώς έχουμε:

$$3x + x = 9 - 1$$

(Κάνουμε αναγωγή όμοιων όρων)

$$4x = 8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4} \text{ (Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου και απλοποιούμε τα κλάσματα)}$$

Άρα  $x = 2$

## 2.7 Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη (ή ταυτότητα);

### Απάντηση:

- Κάθε εξίσωση που έχει ή καταλήγει στη μορφή  $0x = \alpha$ , με  $\alpha \neq 0$  λέγεται **αδύνατη**.

Για παράδειγμα, η εξίσωση:

$$2(x-3)-1=3(1-x)+5x \text{ ή}$$

$$2x-6-1=3-3x+5x \text{ ή}$$

$$2x+3x-5x=3+6+1 \text{ ή } 0x=10 \text{ είναι αδύνατη.}$$

- Κάθε εξίσωση που έχει ή καταλήγει στη μορφή  $0x = 0$  λέγεται **αόριστη (ή ταυτότητα)**.

Για παράδειγμα, η εξίσωση:

$$4(x-1)=5x-(x+4) \text{ ή}$$

$$4x-4=5x-x-4 \text{ ή}$$

$$4x-5x+x=4-4 \text{ ή } 0x=0 \text{ είναι αόριστη (ή ταυτότητα).}$$

## Ασκήσεις Λυμένες

### 2.8 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $3(2x+1)-5(x-1)=3(x+2)$

β)  $4(3-x)+2(x-1)=2(3-x)$

γ)  $2(x-3)-3(1-x)=5(x-2)+1$

### Λύση:

Έχουμε διαδοχικά:

α)  $3(2x+1)-5(x-1)=3(x+2)$

$$6x+3-5x+5=3x+6 \quad (\text{Επιμεριστική ιδιότητα})$$

$$6x-5x-3x=6-5-3 \quad (\text{Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους})$$

$$-2x=-2 \quad (\text{Αναγωγή όμοιων όρων})$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-2}{-2} \quad (\text{Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου})$$

$$x=1$$

β)  $4(3-x)+2(x-1)=2(3-x)$  ή  $12-4x+2x-2=6-2x$  ή  
 $-4x+2x+2x=6+2-12$  ή  $0x=-4$  που είναι αδύνατη.

γ)  $2(x-3)-3(1-x)=5(x-2)+1$  ή  $2x-6-3+3x=5x-10+1$  ή  
 $2x+3x-5x=-10+1+6+3$  ή  $0x=0$  αόριστη (ή ταυτότητα).

**2.9** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{3x-2}{4} = \frac{2x-1}{3}$

β)  $\frac{2(6x+1)-x}{9} = \frac{x-2}{3}$

**Λύση:**

Όταν έχουμε εξισώσεις με δύο κλάσματα και το "=" στη μέση, δηλαδή όταν έχουν τη μορφή:  $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ , τότε κάνουμε χριστί.

Έχουμε λοιπόν:

α)  $\frac{3x-2}{4} = \frac{2x-1}{3}$  ή  $3(3x-2)=4(2x-1)$  ή  $9x-6=8x-4$  ή

$9x-8x=6-4$  ή  $x=2$

β)  $\frac{2(6x+1)-x}{9} = \frac{x-2}{3}$  ή  $6(6x+1)-3x=9(x-2)$  ή

$36x+6-3x=9x-18$  ή  $36x-3x-9x=-18-6$  ή  $24x=-24$  ή  
 $x=-1$

**2.10** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{6} = 2 + \frac{x+7}{6}$

β)  $x - \frac{x-2}{2} = \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4}$

**Λύση:**

Για να λύσουμε μια εξίσωση με κλάσματα, ακολουθούμε τη διαδικασία απαλοιφής παρονομαστών.

α) Έχουμε λοιπόν:

Πολλαπλασιάζουμε τους όρους με το ΕΚΠ=12 των παρονομαστών και βάζουμε παρένθεση στον αριθμητή κάθε κλάσματος:

$$12 \frac{(x+1)}{4} + 12 \frac{(x+1)}{6} = 12 \cdot 2 + 12 \frac{(x+7)}{6}$$

Κάνουμε απαλοιφή των παρονομαστών:

$$3(x+1) + 2(x+1) = 24 + 2(x+7)$$

Επιμεριστική ιδιότητα:

$$3x + 3 + 2x + 2 = 24 + 2x + 14$$

Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους:

$$3x + 2x - 2x = 24 + 14 - 3 - 2$$

Κάνουμε αναγωγή όμοιων όρων:

$$3x = 33$$

Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου:

$$\frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$$

$$x = 11$$

β) Ομοίως έχουμε:

$$4x - 4 \frac{(x-2)}{2} = 4 \frac{(x-1)}{2} - 4 \frac{(x-3)}{4} \quad (ΕΚΠ = 4)$$

$$4x - 2(x-2) = 2(x-1) - (x-3)$$

$$4x - 2x + 4 = 2x - 2 - x + 3$$

$$4x - 2x - 2x + x = -2 + 3 - 4$$

$$x = -3$$

**Παρατήρηση:**

Κατά τη διαδικασία απαλοιφής των παρονομαστών, για να αποφεύγουμε τα λάθη, να βάζουμε πάντοτε παρένθεση στον αριθμητή όπου είναι απαραίτητο. Στο δεύτερο όρο του β) ερωτήματος σωστά γράψαμε:

$$-4 \frac{(x-2)}{2} = -2(x-2) = -2x + 4$$

ενώ αν δεν είχαμε βάλει παρένθεση, θα καταλήγαμε:

$$-4 \frac{x-2}{2} = -2x - 2$$

που είναι λάθος.

**2.11** Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) 2 - \left( \frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} \right) = x + 2 \left( \frac{3-x}{2} + \frac{1}{6} \right)$$

$$\beta) 5 - \left( \frac{x+1}{2} + \frac{1+2x}{3} \right) = 12 - \left( x - \frac{x+5}{6} \right)$$

**Λύση:**

Κάνουμε απαλοιφή των παρενθέσεων και μετά ακολουθούμε τη γνωστή διαδικασία.

$$\alpha) 2 - \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = x + 3 - x + \frac{1}{3}$$

$$2 - \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{10}{3} \quad \text{ή} \quad (\text{ΕΚΠ} = 6)$$

$$6 \cdot 2 - 6 \frac{x}{2} + 6 \frac{(x-1)}{3} = 6 \frac{10}{3} \quad \text{ή}$$

$$12 - 3x + 2(x-1) = 20 \quad \text{ή}$$

$$12 - 3x + 2x - 2 = 20 \quad \text{ή}$$

$$-3x + 2x = 20 + 2 - 12 \quad \text{ή}$$

$$-x = 10 \quad \text{ή} \quad x = -10$$

$$\beta) 5 - \frac{x+1}{2} - \frac{1+2x}{3} = 12 - x + \frac{x+5}{6} \quad (\text{ΕΚΠ} = 6)$$

$$6 \cdot 5 - 6 \frac{(x+1)}{2} - 6 \frac{(1+2x)}{3} = 6 \cdot 12 - 6x + 6 \frac{(x+5)}{6} \quad \text{ή}$$

$$30 - 3(x+1) - 2(1+2x) = 72 - 6x + (x+5) \quad \text{ή}$$

$$30 - 3x - 3 - 2 - 4x = 72 - 6x + x + 5 \quad \text{ή}$$

$$-3x - 4x + 6x - x = 72 + 5 + 2 + 3 - 30 \quad \text{ή}$$

$$-2x = 52 \quad \text{ή}$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{52}{-2} \quad \text{ή} \quad x = -26$$

**2.12** Δίνεται η εξίσωση:  $(\lambda - 2)x = 4\lambda - 8$

Να λυθεί η εξίσωση όταν:

**α)**  $\lambda = 3$

**β)**  $\lambda \neq 2$

**γ)**  $\lambda = 2$

**Λύση:**

α) Για  $\lambda = 3$  έχουμε:  $(3-2)x = 4 \cdot 3 - 8$  ή  $x = 4$

β) Για  $\lambda \neq 2$  έχουμε:  $(\lambda-2)x = 4(\lambda-2)$  ή

$$\frac{(\lambda-2)x}{\lambda-2} = \frac{4(\lambda-2)}{\lambda-2} \quad \text{ή } x=4, \text{ γιατί } \lambda-2 \neq 0$$

γ) Για  $\lambda=2$  έχουμε:  $(2-2)x=4 \cdot 2-8$  ή  $0x=0$  που είναι αόριστη (ή ταυτότητα).

**Σχόλιο:**

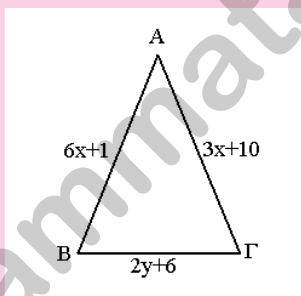
Γενικά κάθε εξίσωση:  $ax = \beta$  έχει:

1) λύση  $x = \frac{\beta}{a}$ , όταν  $a \neq 0$

2) είναι αδύνατη όταν  $a=0$  και  $\beta \neq 0$

3) είναι αόριστη (ή ταυτότητα) όταν  $a=\beta=0$

**2.13** Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) του παρακάτω σχήματος:



Αν η περίμετρος του τριγώνου είναι 48, να υπολογίσετε τα  $x$  και  $y$ .

**Λύση:**

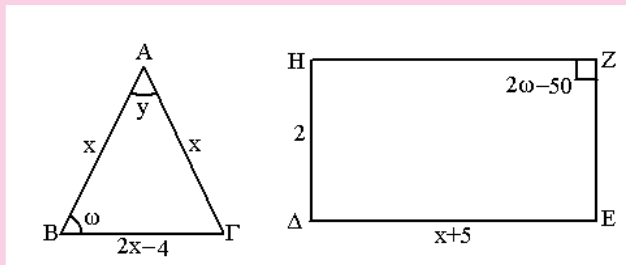
Έχουμε:  $AB = AC$  ή  
 $6x+1 = 3x+10$  ή  
 $6x-3x = 10-1$  ή  
 $3x = 9$  ή  
 $x = 3$

Επειδή η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι 48, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} AB + AC + BC &= 48 \quad \text{ή} \\ 6 \cdot 3 + 1 + 3 \cdot 3 + 10 + 2y + 6 &= 48 \quad \text{ή} \\ 19 + 19 + 2y + 6 &= 48 \quad \text{ή} \\ 2y &= 48 - 6 - 19 - 19 \quad \text{ή } 2y = 4 \quad \text{ή } y = 2 \end{aligned}$$



**2.14** Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) και το ορθογώνιο  $\Delta EZH$  όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



Αν η περίμετρος του τριγώνου  $AB\Gamma$  ισούται με την περίμετρο του ορθογωνίου  $\Delta EZH$ , να βρείτε τα  $x$ ,  $y$  και  $\omega$ .

**Λύση:**

- Η περίμετρος του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι:

$$x + x + 2x - 4 = 4x - 4$$

Η περίμετρος του ορθογωνίου  $\Delta EZH$  είναι:

$$2(x + 5) + 2 \cdot 2 = 2x + 14$$

Άρα:  $4x - 4 = 2x + 14$  ή

$$4x - 2x = 14 + 4 \text{ ή}$$

$$2x = 18 \text{ ή } x = 9$$

- Είναι:  $\hat{Z} = 90^\circ$  ή

$$2\omega - 50^\circ = 90^\circ \text{ ή}$$

$$2\omega = 90^\circ + 50^\circ \text{ ή}$$

$$2\omega = 140^\circ \text{ ή } \omega = 70^\circ$$

- Είναι:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$  ή

$$y + \omega + \omega = 180^\circ \text{ ή}$$

$$y + 70^\circ + 70^\circ = 180^\circ \text{ ή}$$

$$y + 140^\circ = 180^\circ \text{ ή}$$

$$y = 180^\circ - 140^\circ \text{ ή } y = 40^\circ$$



## Ασκήσεις για λύση

**2.18** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $3x + 6 = 10 - x$

β)  $-3x + 15 = -4x + 17$

γ)  $14 - 7x - 5 = 20 + 4x$

δ)  $2(3x - 4) = 3x + 7$

ε)  $-3(x - 2) = 3(5 - x)$

στ)  $2(x - 3) + 1 = 2x - 5$

**2.19** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $2(x - 3) + 4x - 5 = 7 - 2(x + 1)$

β)  $2(x - 4) - 3(x - 2) = 5(2 - x)$

γ)  $7 - 7(2 - x) + 3(1 - x) = 0$

δ)  $7(2 - 3x) + 4(5x - 1) = 10 - x$

**2.20** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $10(1 - x) - 4(x - 2) = 20 - 2(x - 5)$

β)  $8(2 - x) + 5(x - 1) = 3(1 - x)$

γ)  $2(x - 2) - 4(1 - 2x) = 2(5x - 4)$

δ)  $2(2x - 5) - 3(4x - 1) = 11 + x$

**2.21** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{4x - 5}{6} = \frac{3x - 2}{8}$

β)  $\frac{5(3x - 1) - x}{3} = \frac{12 - 3(1 - 2x)}{5}$

**2.22** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{x - 2}{5} - \frac{x - 3}{3} = \frac{1}{15}$

β)  $\frac{3x - 1}{2} - \frac{x - 2}{5} = x + 2$

γ)  $\frac{x + 3}{3} + \frac{x + 4}{4} = \frac{x + 17}{6}$

δ)  $\frac{3x - 1}{2} - \frac{5x + 1}{6} = \frac{2x - 5}{3}$

ε)  $\frac{6x - 5}{2} - \frac{7x - 2}{4} = \frac{x - 8}{4} + x$

στ)  $\frac{x + 3}{12} - \frac{x - 3}{3} = \frac{x - 1}{4} - \frac{3 - x}{6}$

ζ)  $\frac{7 - 3(x - 1)}{4} + \frac{5 - x}{8} = \frac{1 - x}{2}$

η)  $\frac{3x - 1}{2} - \frac{x - 2}{5} = \frac{2x + 5}{2} - \frac{29}{10}$

θ)  $\frac{4x - 1}{15} - \frac{4x + 1}{5} = \frac{3x - 2}{6} - \frac{2x + 1}{10}$

ι)  $\frac{x + 4}{3} - \frac{3x - 8}{30} = \frac{1}{2} + \frac{x - 5}{10}$

κ)  $x + \frac{x - 1}{2} - \frac{3 - x}{4} = \frac{13x + 1}{8}$

λ)  $\frac{1 - 4x}{5} - \frac{x + 6}{4} = \frac{x}{20} - \frac{x + 2}{5}$

**2.23** Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{13x}{10} + 5\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \frac{4}{5}\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

$$\beta) \frac{7}{2} - \frac{3}{4}\left(x - \frac{x-1}{2}\right) = \frac{x-2(x-5)}{4}$$

$$\gamma) 2(x+1) - \left(x - \frac{3(x+1)}{4}\right) = 2 - \left(x - \frac{2(x-4)}{5}\right)$$

$$\delta) \frac{3-4(x-2)}{6} - \left(\frac{x}{3} + \frac{x-2}{12}\right) = \frac{x}{4} - \frac{2}{3}$$

**2.24** Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{\frac{x}{5} - 1}{1 + \frac{1}{5}} = 1 - \frac{5x}{3}$$

$$\beta) \frac{\frac{x}{3} - 2}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{x}{3}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$\gamma) \frac{x - \frac{8}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{2x}{5} + \frac{1}{5}}{\frac{8}{5} - 1}$$

$$\delta) \frac{x + \frac{1}{5}}{2} - \frac{x - \frac{1}{2}}{5} = \frac{3 + \frac{x}{2}}{5}$$

**2.25** Για ποιά τιμή του  $x$  είναι  $A = B$ .

$$\alpha) \text{ Αν } A = \frac{5x+1}{2} - \frac{x}{6} \quad \text{και} \quad B = \frac{7x+4}{3}$$

$$\beta) \text{ Αν } A = \frac{x+3}{6} + \frac{x}{4} \quad \text{και} \quad B = \frac{5x}{12} + \frac{1}{2}$$

$$\gamma) \text{ Αν } A = \frac{3x-2}{10} - \frac{x-1}{4} \quad \text{και} \quad B = \frac{2x-5}{12}$$

**2.26** Δίνεται η εξίσωση:

$$(\lambda - 4)x = 5(3 - \lambda)$$

α) Αν  $\lambda = 5$ , να δείξετε ότι η εξίσωση έχει λύση  $x = -10$

β) Αν η εξίσωση έχει λύση  $x = -4$ , να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ .

γ) Αν  $\lambda = 4$ , να λύσετε την εξίσωση.

**2.27** Δίνεται η εξίσωση:

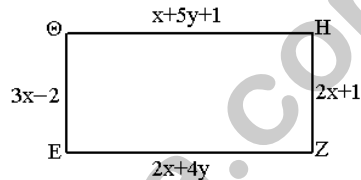
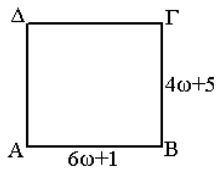
$$\lambda x + 4\mu = x + 8$$

α) Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή  $Ax = B$

β) Να βρείτε τις τιμές των  $\lambda, \mu$  έτσι ώστε η εξίσωση να είναι:

(i) αόριστη και (ii) αδύνατη

**2.28** Στα παρακάτω σχήματα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο και το  $EZH\Theta$  είναι ορθογώνιο.

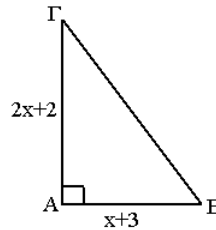


Να βρείτε τα  $x, y, \omega$  και στη συνέχεια την περίμετρο κάθε σχήματος.

**2.29** Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο

$AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και  $A\Gamma = \frac{4}{3} AB$ , όπως

φαίνεται στο διπλανό σχήμα:



Να βρείτε:

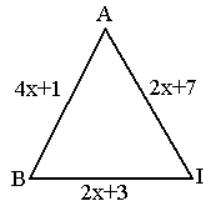
α) το  $x$  και τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$ ,

β) το εμβαδόν του τριγώνου.

**2.30** Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$  του διπλανού σχήματος:

α) Να βρείτε την τιμή του  $x$  και στη συνέχεια τις πλευρές, ώστε το τρίγωνο να είναι ισοσκελές με βάση:

(i) την  $B\Gamma$  και (ii) την  $A\Gamma$ .



β) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει τιμή του  $x$  ώστε το τρίγωνο να είναι ισοσκελές με βάση την  $AB$ .

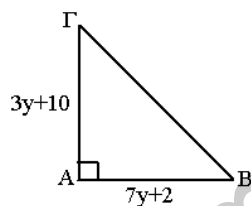
**2.31** Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) του διπλανού σχήματος με  $\hat{B} = x + 30^\circ$  και  $\hat{\Gamma} = 2x + 15^\circ$

α) Να βρείτε το  $x$  και τις γωνίες  $\hat{B}$

και  $\hat{\Gamma}$  του τριγώνου.

β) Να αποδείξετε ότι:  $AB = A\Gamma$ .

γ) Να βρείτε το  $y$  και το εμβαδόν του τριγώνου.



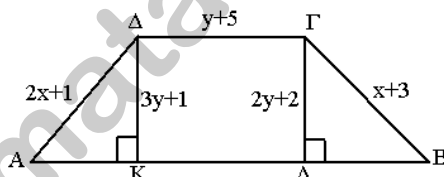
**2.32** Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  του διπλανού σχήματος:

α) Να βρείτε τα  $x, y$  και

τις πλευρές  $A\Delta, B\Gamma$  και  $\Delta\Gamma$ .

β) Αν το εμβαδόν του τραπέζιου είναι  $36 \text{ cm}^2$ , να

βρείτε τη μεγάλη βάση  $AB$ .



**2.33** Δίνεται το τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  του διπλανού σχήματος:

Αν το εμβαδόν του τριγώνου  $(BE\Gamma) = 24 \text{ cm}^2$ , να βρείτε:

α) τα  $x, y$

β) το εμβαδόν του τραπέζιου  $AB\Gamma\Delta$ ,

γ) το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

